

Spazio aperto

Anno XIV - Numero 4 - Luglio 1996

periodico
d'informazione



ordine
ingegneri
provincia
di lecce

Spedizione in abbonamento postale - Comma 34 Art. 2 - L. 549/95 - Filiale Posta di Lecce

Ing. Claudio Giancane

SUGLI EFFETTI DELLA VISCOSITÀ DEL CALCESTRUZZO CON PARTICOLARE RIFERIMENTO ALLA FRECCIA A LUNGO TERMINE IN STRUTTURE INFLESSE

PARTE SECONDA : IL CALCOLO DELLA FRECCIA A LUNGO TERMINE DI STRUTTURE INFLESSE IN CALCESTRUZZO ARMATO. METODI "APPROSSIMATI" E CORRELAZIONI SPERIMENTALI

RIASSUNTO:

Nella PARTE PRIMA dell'articolo (Spazio Aperto - marzo 1995 - n. 3) si è sottolineato quanto risulti importante dimensionare le strutture inflesse nel rispetto di snellezze stabilite dalla normativa vigente .
Si sono fatti quindi dei raffronti tra i valori di snellezza e di freccia limite forniti dalle principali norme straniere e da questi sono scaturite importanti considerazioni .

In questa PARTE SECONDA vengono invece proposti dei metodi di calcolo "approssimati" da implementare su elaboratore elettronico per determinare la freccia in qualsiasi istante "t" in una "trave" a partire dalla freccia elastica istantanea, tenendo conto degli effetti della fessurazione, della viscosità ed eventualmente del ritiro.
Vengono messi in particolare a confronto il Metodo dei "Coefficienti Globali" proposto dal Model Code 90 e dalle Norme Svizzere SIA162 , ed il Metodo "Bi-lineare" proposto dal D.M. 14/02/1992 e dall' Eurocodice 2.
Alcuni esempi di supporto, poi, dimostreranno la coincidenza dei risultati derivanti dall' applicazione dei due metodi, verranno fornite tutte le formule di calcolo ed infine verranno descritti i principali accorgimenti da adottare per contenere la freccia a lungo termine entro valori accettabili, qualora occorra progettare strutture oltre i limiti di snellezza normati.

5) IL CALCOLO DELLA FRECCIA A LUNGO TERMINE DI ELEMENTI INFLESSI

Si è già detto nella PARTE PRIMA che quando si affrontano problemi particolari o quando l'importanza e la dimensione dell'opera lo giustificano, o quando semplicemente viene superata la snellezza limite è necessario calcolare le deformazioni della struttura e raffrontarle con quelle massime imposte dalla normativa.

Il calcolo della deformata di un elemento inflesso può avvenire tramite la doppia integrazione del diagramma delle curvature ($1/r=M/EJ$), oppure utilizzando il Principio dei Lavori Virtuali e i Corollari di Mohr, coincidendo la linea elastica col diagramma del momento fittizio M^* provocato in ogni sezione della trave ausiliaria dal carico $q^* = M/EJ$.

Oggigiorno grazie all'impiego di programmi di calcolo all'elaboratore elettronico è possibile ricavare agevolmente la freccia teorica istantanea anche in presenza di elementi a sezione comunque variabile, sottoposti a qualsiasi condizione di carico e soggetti ad una generica condizione di vincolo. Inoltre sofisticati algoritmi agli elementi finiti permettono di tenere conto non solo dell'influenza del taglio e dello sforzo normale, ma anche dei problemi di instabilità euleriana o "buckling", dell'effetto $P-\delta$ e della temperatura.

Per tenere invece conto degli effetti della fessurazione è necessario impiegare programmi specifici del tipo passo-passo consistenti in una sequenza di analisi elastiche che partendo dai valori teorici del momento per mezzo di successivi cicli di iterazione raffrontano il momento flettente calcolato per sezione integralmente reagente col momento di prima fessurazione in un numero sufficientemente elevato di sezioni della trave, aggiornando di volta in volta le rigidità ed i momenti per effetto della fessurazione e fin quando la variazione di momento flettente ridistribuito nelle stesse sezioni calcolato tra un ciclo e quello successivo non risulta sufficientemente piccolo.

Se si vuole infine tenere conto in maniera rigorosa anche degli effetti differiti nel tempo, dovuti a ritiro e viscosità, il compito della determinazione della freccia risulta oltremodo impegnativo, senza contare i margini di incertezza che presentano gli stessi parametri a base del calcolo (umidità, coefficiente di viscosità, momento e durata di applicazione dei carichi, caratteristiche del calcestruzzo in opera), e la non linearità delle relazioni che legano ritiro e viscosità al tempo "t".

Sofisticati metodi, lineari e non, sono sovente utilizzati (si passa dal modello di Whitney semplificato basato sulla linearità del legame viscoso $\sigma - \epsilon$, al metodo algebrizzato AAEMM - Age Adjusted Effective Modulus Method- riportato nel CEB Bulletin n.142/142bis del 1984) ma sono abbastanza laboriosi e la loro applicazione può essere giustificata solo in casi particolari e sempre nello studio di elementi strutturali complessi e di notevole luce composti da materiali a comportamento reologico diverso, come ad esempio gli impalcati da ponte realizzati per conci successivi.

Tralasciando ora ogni ulteriore discorso sul calcolo rigoroso della freccia a lungo termine, in questa PARTE SECONDA dell'articolo si vogliono descrivere e confrontare due metodi di calcolo "approssimati" proposti ufficialmente già da diversi anni dalle normative europee e che hanno mostrato avere una buona attendibilità.

Si vedrà che il termine "approssimato" usato per tali metodi, esprime più il fatto che consentono di determinare facilmente la freccia a lungo termine in qualsiasi istante "t", che non l'"approssimazione numerica" rispetto al valore ricavato con il cosiddetto metodo "rigoroso"; e questo proprio a causa dell'aleatorietà dei molteplici parametri in gioco.

I metodi approssimati sono stati elaborati a partire da numerose campagne di prove sperimentali effettuate in tutta Europa su modelli al vero di varia grandezza. Si è dimostrato che il metodo proposto dal MODEL CODE 90 e dalle SIA 162 consente di determinare la freccia in qualsiasi istante con un errore massimo del $\pm 30\%$ rispetto ai valori ricavati sperimentalmente.

Lo scrivente ha poi ad esso apportato l'aggiunta di due coefficienti correttivi che consentono di ottenere risultati con un errore massimo pari a $\pm 5\%$ rispetto ai valori esatti.

Si ricorda infine che nella valutazione degli spostamenti a lungo termine, almeno nei casi più semplici, le norme SIA 162 in Svizzera e le B.A.E.L. in Francia, consentono di utilizzare per il cls un Modulo di deformazione differito "Ev", pari a circa ad $1/3$ di quello istantaneo, ponendo: $E_v = 4000 \cdot \sqrt{f_c}$, che per $f_c=30$ MPa risulta pari a 12.500 MPa.

6) I FATTORI CHE INFLUENZANO LA FRECCIA DI UN ELEMENTO INFLESSO

Il valore della freccia a lungo termine di un elemento inflesso (che d'ora in poi verrà chiamato per semplicità "trave") deriva da una serie di contributi che non sempre vengono presi in conto nel calcolo. La formula che simbolicamente può esprimere la freccia a lungo termine di una trave in c.a. risulta nel caso più generale del tipo:

$$(1) \quad w(\infty) = w_M + w_T + w_N + w_f + w_v + w_r + w_{\delta T};$$

essendo:

- $w(\infty)$ = freccia a lungo termine
- w_M = freccia elastica dovuta al momento
- w_T = freccia elastica dovuta al taglio
- w_N = freccia elastica dovuta allo sforzo normale
- w_f = freccia dovuta alla fessurazione
- w_v = freccia dovuta alla viscosità
- w_r = freccia dovuta al ritiro
- $w_{\delta T}$ = freccia dovuta alla variazione di temperatura.

Tale somma è solo "simbolica" e non "algebraica", poiché gli effetti prodotti dalle varie cause sono legati tra loro da leggi non lineari, dipendenti da numerosissimi fattori, alcuni dei quali ancor oggi in fase di sperimentazione.

Il contributo offerto dai vari addendi può avere un "peso" variabile con lo schema statico, con le condizioni di vincolo, con le azioni esterne, con l'entità del grado di sollecitazione indotto, e con numerosi altri fattori.

In presenza di travi ordinarie in c.a. il calcolo della freccia istantanea elastica w_0 viene generalmente effettuato considerando il solo effetto prodotto dal momento flettente w_M ed eventualmente dalla fessurazione w_f se il momento agente risulta superiore al momento di fessurazione

$$(1') \quad w_0 \cong w_M + w_f$$

Invece la freccia a lungo termine $w(\infty)$ si può di solito determinare con la sola valutazione di w_M, w_f, w_v, w_r in quanto il contributo di altri termini non supera qualche punto percentuale ri-

spetto al valore totale:

$$(1'') \quad w(\infty) \cong w_M + w_f + w_v + w_r$$

E' necessario tuttavia avere chiare e definite le condizioni per le quali è possibile trascurare i termini dovuti al taglio, allo sforzo normale e alla temperatura.

7) LA FRECCIA ELASTICA DOVUTA AL MOMENTO FLETTENTE: w_M

Rivolgiamo l' attenzione al caso di travi prismatiche a sezione costante sottoposte ad un carico uniformemente distribuito; questo non lede la generalità del problema, in quanto analisi analoghe si possono estendere a qualsiasi altro tipo di trave.

Per tali travi, dunque, la formula che esprime la freccia elastica istantanea in corrispondenza della sezione di mezzaria di momento pari a: $M=q \cdot l^2/k$ è la seguente:

$$(2) \quad w_M = \beta \cdot \frac{M \cdot l^2}{EJ} \quad \text{con} \quad \beta = \frac{48-k}{384}$$

Nell' ipotesi di trave semplicemente appoggiata o incastrata agli estremi le formule della freccia elastica dovute al momento flettente risultano rispettivamente:

$$(3) \quad w_M = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot EJ} \quad (\text{essendo } k=8) \quad (4) \quad w_M = \frac{q \cdot l^4}{384 \cdot EJ} \quad (\text{essendo } k=24)$$

Mentre sono ovvie le espressioni delle precedenti formule, spesso viene qualche dubbio circa il valore da attribuire:

- al modulo "E" del materiale utilizzato (il calcestruzzo)
- al momento di inerzia "J" della sezione inflessa.

Per poter dare dei valori sia ad "E" che a "J", bisogna verificare che la sezione si trovi nel cosiddetto STADIO I (non fessurato) o nello STADIO II (fessurato), con il momento di fessurazione (M_f) che ne determina la separazione.

Inoltre il calcestruzzo è un materiale avente diversi moduli di elasticità a compressione (E_{cc}) ed a trazione (E_{ct}) e pertanto bisogna tenere conto di ciò nella determinazione dello stato tensionale e deformativo della sezione.

La condizione $E_{cc}=E_{ct}$ si verifica solo nell' intorno dell' origine del sistema di riferimento (essendo unica la tangente all' origine), e quindi solo per stati tensionali a trazione e a compressione molto bassi. Se invece si considerano i moduli di elasticità secanti per le effettive condizioni di lavoro del calcestruzzo le curva sperimentali $\sigma - \epsilon$ dimostrano che $E_{ct}=0.5 \div 0.8 E_{cc}$. In generale si può assumere: $E_{ct}=0.65 E_{cc}$.

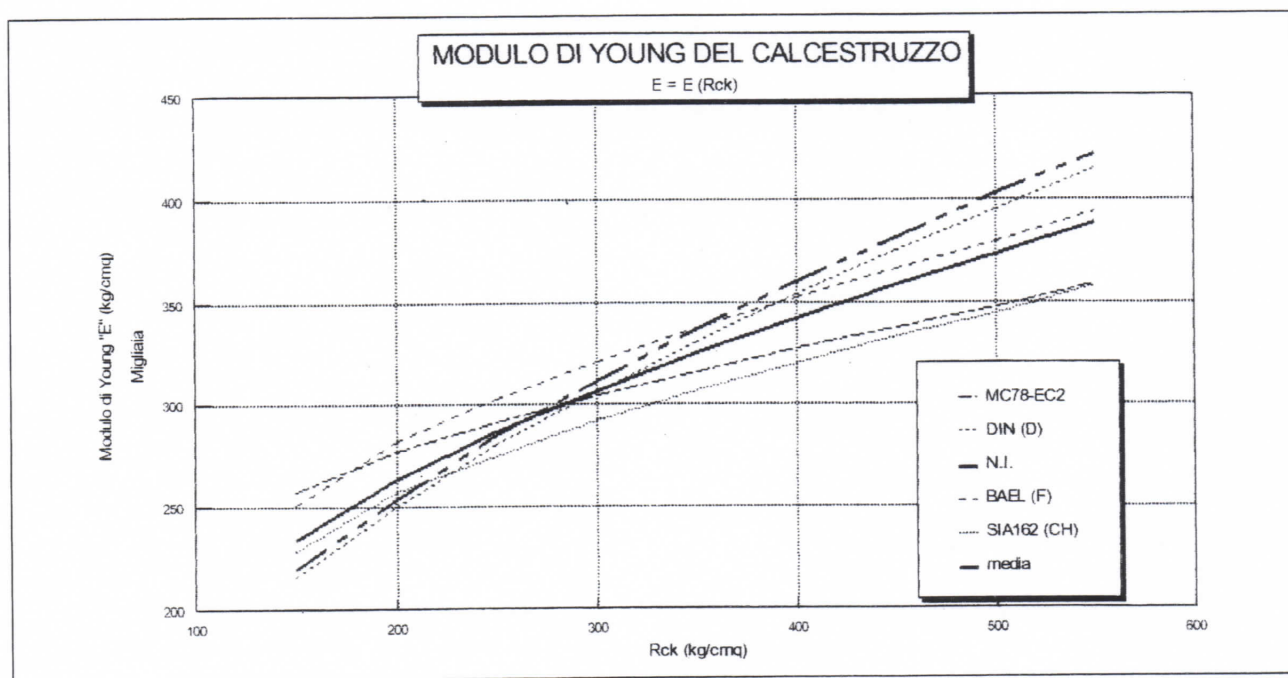
Si dimostra allora attraverso condizioni di equilibrio delle forze interne alla sezione che nel caso di una sezione rettangolare integralmente reagente, costituita da materiale avente diversi moduli di elasticità a trazione e compressione, ed in particolare nel caso del calcestruzzo, l' inflessione si deve calcolare con riferimento ad un modulo di elasticità equivalente E^* dato dalla seguente espressione:

$$(5) \quad E^* = \frac{4 \cdot E_{cc} \cdot E_{ct}}{(\sqrt{E_{cc}} + \sqrt{E_{ct}})^2}$$

E ponendo $E_{ct} = 0.65 E_{cc}$ risulta: $E^* = 0.75 E_c$.

Si è detto dell' incertezza del Modulo di elasticità a compressione "Ec" del cls, che viene dalle varie normative correlato ad Rck (resistenza caratteristica cubica a 28 gg) o a fck (resistenza caratteristica cilindrica a 28 gg).

Ponendo $fck = 0.83 Rck$ e adottando le espressioni date dalle varie normative europee (che in questa sede si tralasciano per brevità) è possibile ricavare una tabella e quindi un diagramma $E_c = E_c(Rck)$ che permette di fare le seguenti considerazioni.



La formula proposta dalla normativa italiana: $E_c = 18000 \cdot R_{ck}^{0.5}$ (Rck in kg/cm²) interpola egregiamente i valori proposti dalle altre norme europee, ma solo per Rck compresa tra 250 e 300 kg/cm². Infatti per valori di Rck minori di 250 kg/cm², "Ec" viene sottostimato, mentre se Rck è maggiore di 300 kg/cm² "Ec" viene fortemente sovrastimato.

E allora nei casi ricorrenti di calcestruzzi con Rck=250 e 300 kg/cm², i valori di Ec valgono rispettivamente 285.000 e 312.000 kg/cm², e pertanto il modulo equivalente da considerare per il calcolo della freccia di travi in calcestruzzo allo STADIO I è:

Per Rck=250 kg/cm² : 285.000 x 0.75 = 213.750 kg/cm²

Per Rck=300 kg/cm² : 312.000 x 0.75 = 234.000 kg/cm²

in buono accordo con quelli che sono i risultati sperimentali.

E' chiaro comunque che rimane aperto il problema della "normalizzazione" di Ec.

Per quanto parimenti riguarda il momento di inerzia "J" della sezione occorre considerare:

- l'intera sezione di cls col contributo dell'armatura se allo stadio I;
- la sezione parzializzata di cls col contributo dell'armatura se allo stadio II, salvo le diverse indicazioni fornite nel metodo di calcolo.

8) LA FRECCIA ELASTICA DOVUTA AL TAGLIO: w_T

Nel calcolo dell'inflessione elastica immediata si considera il solo effetto prodotto dal momento flettente e si trascurano gli altri contributi, e tra questi quello del taglio.

Nella tabella seguente si è voluto tuttavia, confrontare la freccia dovuta al taglio w_T , con quella dovuta al momento w_M nel caso di travi a sezione costante rettangolare integralmente reagente, soggette a carichi uniformemente distribuiti, nelle ipotesi di schema statico di:

- 1) - trave a sbalzo
- 2) - trave con vincolo di appoggio agli estremi
- 3) - trave con vincolo di incastro agli estremi

TRAVE A SEZIONE RETTANGOLARE SOGGETTA A CARICO UNIFORMEMENTE DISTRIBUITO

l/h	TABELLA I			VALORI DI w_T/w_M		
	sbalzo	appoggio	appoggio	incastro	incastro	incastro
4	6.25%		15.00%			75.00%
5	4.00%		9.60%			48.00%
6	2.78%		6.67%			33.33%
8	1.56%		3.75%			18.75%
10	1.00%		2.40%			12.00%
12	0.69%		1.67%			8.33%
16	0.39%		0.94%			4.69%
20	0.25%		0.60%			3.00%
30	0.11%		0.27%			1.33%

Se si conviene di trascurare il taglio quando il valore della freccia ad esso dovuta risulta inferiore al 10% del valore della freccia prodotta dal momento flettente (ENV 206 2.5.1.2 (5)), dalla TABELLA I si evince che ciò è possibile:

- nelle travi a sbalzo sempre;
- nelle travi semplicemente appoggiate già per $L/H \geq 5$;
- nelle travi incastrate per $L/h \geq 10$.

I valori presentati nella tabella precedente (valida si ripete per carichi uniformi e sezione rettangolare) consentono comunque di tener conto degli effetti del taglio per qualsiasi valore della snellezza, ovvero consentono di stabilire altri criteri di convenienza per trascurare o meno la freccia dovuta al taglio, in base al grado di approssimazione richiesto dal particolare problema.

L'uso infine di programmi agli elementi finiti consente di superare tale problema a piè pari.

9) LA FRECCIA ELASTICA DOVUTA ALLO SFORZO NORMALE: w_N

Anche lo sforzo normale in condizioni ordinarie non interviene nel progetto delle travi. La sua influenza viene trascurata nelle travi, nelle solette e nei solai, sia per l'entità del valore dell'azione assiale, sia perché l'incremento duale di momento e di freccia può avvenire solo in presenza di elementi particolarmente snelli con azione prevalente assiale, quali i pilastri. Sforzi normali rilevanti per effetto di carichi verticali si riscontrano di fatto solo in travi inclinate (travi rampanti di scale e falde) ovvero in strutture aventi forti asimmetrie geometriche, di carico e di vincolo (telai a nodi spostabili), oppure infine in presenza di eventi eccezionali (sisma o vento in edifici alti), argomenti questi non contemplati nella presente memoria.

10) LA FRECCIA ELASTICA DOVUTA ALLA VARIAZIONE DI TEMPERATURA: $w_{\delta T}$

In una trave di lunghezza L , con sezione di altezza h , vincolata agli estremi la freccia elastica in mezzera prodotta da una variazione termica a farfalla di valore totale δT , vale:

$$(6) \quad w_{\delta T} = \frac{\alpha \cdot \delta T \cdot l^2}{8 \cdot h}$$

essendo α il coefficiente di dilatazione termica che per il cls vale circa $0.00001/^\circ\text{C}$.

Si parla ovviamente di incremento di freccia verso il basso, e pertanto deve sussistere la condizione di freddo all'esterno (estradosso) e di caldo all'interno (intradosso), situazione questa tipicamente invernale o notturna.

Si supponga ora che la stessa trave sia sottoposta ad un carico uniforme "q", sia di sezione rettangolare $b \cdot h$, di materiale avente Modulo "E".

Se come è stato fatto per il taglio si conviene di trascurare la freccia dovuta a δT quando essa risulti pari al 10% di quella causata dal momento flettente, nell'ipotesi di trave semplicemente appoggiata (ma analoghe considerazioni possono essere estese a travi comunque vincolate) risulta:

$$(7) \quad 10\% \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot J} = \frac{\alpha \cdot \delta T \cdot l^2}{8 \cdot h}$$

Si dimostra, dopo alcune sostituzioni, che è possibile trascurare la freccia dovuta alla temperatura quando risulta:

$$(8) \quad \delta T \leq \frac{12500 \cdot q \cdot l^2}{E \cdot b \cdot h^2} = k_{\delta T} \frac{l^2}{h^2}$$

con la snellezza " l/h " ancora determinante sul valore della freccia.

Un esempio consente di avere gli ordini di grandezza del fattore δT .

Nel caso di una trave molto comune avente sezione 30x50 cm, lunga 5.00 metri, sottoposta ad un carico $q=4000$ kg/m e con cls avente modulo $E=200.000$ kg/cmq, si può trascurare la temperatura se risulta:

$$\delta T \leq \frac{12500 \cdot 40 \cdot 500^2}{200000 \cdot 30 \cdot 50^2} = 8.3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Nel caso in cui la stessa trave presentasse invece una sezione 100x25 cm la condizione di influenza verrebbe rispettata per $\delta T \leq 10^\circ\text{C}$.

Queste differenze di temperatura vengono spesso superate, soprattutto nei climi più freddi, essendo il δT anche maggiore di 30°C .

Nei nostri climi la presenza sul solaio di copertura di un buon pacchetto isolante di fatto impedisce fenomeni deformativi dovuti alla temperatura e quindi il manifestarsi per esempio di scricchiolii notturni causati dall' attrito delle pignatte di laterizio del solaio.

Inoltre l'incremento di freccia sui solai di copertura non comporta gravi problemi grazie all'assenza di sovrastrutture fragili di completamento, sempre che le deformazioni non risultino così rilevanti da impedire il normale dislivello delle acque meteoriche.

Gli effetti negativi prodotti dalle dilatazioni termiche risultano invece di altra natura, e vanno contrastati con accorgimenti, dispositivi e percentuali di armature minime che non verranno trattati in questa memoria.

11) LA FRECCIA DOVUTA AL RITIRO: w_r

Viene fornita in questa memoria una formula approssimata per il calcolo della freccia a lungo termine dovuta al ritiro del calcestruzzo.

Tale contributo viene spesso trascurato, ma se la luce della trave è notevole e la sezione è di modesta altezza e debolmente armata e la maturazione avviene in ambiente particolarmente secco il valore della freccia w_r può risultare anche pari al 20-30% di quello totale $w(\infty)$.

La formula approssimata che consente di calcolare la freccia dovuta al ritiro è la seguente:

$$(9) \quad w_r = k_r \cdot \epsilon_r \cdot \delta \cdot \frac{l^2}{8 \cdot d} \quad \text{essendo:}$$

ϵ_r il ritiro al tempo prestabilito di calcolo (tabellato dalle norme)

δ funzione dello schema statico e vale:

0.50 per la trave doppiamente incastrata

1.00 per la trave semplicemente appoggiata

4.00 per la mensola

l la luce di calcolo dell' elemento inflesso

d l'altezza utile della sezione

k_r coefficiente correttivo del ritiro funzione della percentuale di armatura tesa e compressa presente e del rapporto tra i moduli.

L'espressione approssimata di k_r che lo scrivente ha determinato per successive interpolazioni è la seguente.

$$(10) \quad k_r = (1.066 - 0.40 \cdot \frac{\rho'}{\rho}) - (2.30 + \ln \frac{\rho'}{\rho}) \cdot (n \cdot \rho)$$

ρ = percentuale geometrica media dell' armatura tesa

ρ' = percentuale geometrica media dell' armatura compressa

n = rapporto tra i moduli dell' acciaio e del calcestruzzo

L'errore che si commette utilizzando la formula (9) con k_r della (10) è mediamente non superiore al 5%. Solo in presenza di percentuali elevate di armatura tesa e compressa (superiori comunque all'1.5 %) si può incorrere in errori massimi del 10%.

Ad ϵ_r le norme danno dei valori in funzione delle caratteristiche geometriche della sezione, della consistenza del calcestruzzo impiegato, dell'umidità dell'aria, del momento a partire dal quale se ne tiene conto e fino all'istante considerato per il calcolo.

Non si commette un grosso errore se si attribuisce poi a δ un valore interpolato tra 0.5 ed 1.0 per condizioni di vincolo intermedie, funzione della somma dei momenti di incastro nelle sezioni di estremità.

12) LA FRECCIA DOVUTA ALLA FESSURAZIONE w_f ED ALLA VISCOSITÀ w_v

L'azione combinata della fessurazione e della viscosità può produrre a lungo termine rilevanti incrementi della freccia istantanea di entità variabile all'incirca da 2 a 6 volte.

Salvo quanto allora detto al capitolo 5) sul calcolo rigoroso è evidente la necessità di determinare in maniera seppure approssimata (ma con un margine massimo di errore già noto) la freccia a lungo termine, definendo i principali fattori che influiscono sull'entità della deformazione onde poter intervenire nella maniera più efficace per contenerne il valore.

E a dire il vero il metodo proposto dal Model Code 90 e dalle SIA162 risulta uno strumento molto efficace per "guidare" le deformazioni entro limiti ritenuti ammissibili.

Per poter fare ciò è necessario introdurre il momento di fessurazione.

12.1) IL MOMENTO DI FESSURAZIONE: M_f

Il momento di fessurazione (M_f) sancisce il passaggio della sezione di cls dallo stadio I (NON FESSURATO) allo stadio II (FESSURATO).

La determinazione teorica di M_f e della freccia corrispondente non sempre trova conferme sperimentali. Infatti i valori di prova della freccia presentano una notevole dispersione pro-

prio per momenti prossimi a quello di fessurazione ed in maniera tanto maggiore quanto minore è la percentuale di armatura presente e quanto più scadente risulta la qualità del calcestruzzo impiegato. Questo accade perché al raggiungimento della prima fessurazione, l'incremento di freccia avviene a carico pressoché costante, e piccoli incrementi di momento provocano notevoli incrementi di freccia.

Le formule pertanto che esprimono la freccia sia nello stadio I, che nello stadio II si prestano bene al calcolo teorico, ma solo per valori del momento flettente lontani dal momento di fessurazione.

Sperimentalmente si è visto che il momento di fessurazione risulta fortemente condizionato dalla quantità di armatura presente nella sezione, dalla resistenza a trazione del calcestruzzo e dal modulo di elasticità a trazione del calcestruzzo stesso.

In assenza di armatura il Momento di fessurazione si può determinare utilizzando la:

$$(11) \quad M_f = W \cdot f_{cft} \quad \text{con}$$

$$f_{cft} = 0.70 \cdot f_{cfm} \quad (f_{cfm} = \text{valore della resistenza media a trazione per flessione del cls})$$

W = modulo di resistenza della sezione di calcestruzzo.

Il valore della resistenza a trazione per flessione f_{cfm} è maggiore di quella per trazione pura f_{ctm} per effetto della plasticizzazione che si verifica nelle fibre estreme del calcestruzzo ed in maniera tanto più marcata quanto minore è l'altezza della trave.

Per tale motivo le norme mettono in correlazione i due valori f_{cfm} ed f_{ctm} in funzione dell'altezza assoluta dell'elemento inflesso, tramite le seguenti relazioni (f_{cfm} viene anche chiamata resistenza indiretta media a trazione):

$$\text{Il Model Code pone: } (12) \quad f_{cfm} = \left(0.60 + \frac{0.40}{\sqrt{h}} \right) \cdot f_{ctm}$$

Ne risultano valori di f_{cfm} compresi tra 1.31 e 1.0 , per h compreso tra 0.10 m ed 1.0 m.

$$\text{L' EC2 pone invece: } (13) \quad f_{cfm} = \frac{1 + 2 \cdot \left(\frac{h}{h_0} \right)^{0.70}}{2 \cdot \left(\frac{h}{h_0} \right)^{0.70}} \cdot f_{ctm} \quad \text{con } h_0 = 100 \text{ mm.}$$

Ne risultano valori compresi tra 1.50 per $h=100$ mm, e 1.10 per $h=1000$ mm.

La normativa italiana (D.M. 14/02/92) al solito semplificando e mediando i risultati speri-

mentali pone per qualsiasi valore dell' altezza della trave:

$$(14) \quad f_{cfm} = 1.20 \cdot f_{ctm} \quad \text{con:} \quad f_{ctm} = 0.27 \cdot \sqrt[3]{R_{ck}^2} \quad [\text{N/mm}^2].$$

Negli esempi verrà impiegato il valore caratteristico: (15) $f_{cfk} = 0.70 \cdot f_{cfm}$

Il valore del momento di fessurazione che così si ottiene risulta sottostimato rispetto al valore sperimentale e questo per almeno due ragioni:

a) Il Modulo di elasticità a trazione del calcestruzzo E_{ct} è inferiore a quello per compressione E_{cc} , come è stato ricordato al capitolo 7).

Se si ipotizza valida l' ipotesi di Navier sulla conservazione delle sezioni piane, e la proporzionalità tra tensioni e deformazioni (per bassi tassi di lavoro) le tensioni al lembo teso risultano pertanto non $\epsilon_t \cdot E_c$, ma pari a $\epsilon_t \cdot E_{ct}$, quindi inferiori a quelle teoriche.

b) La presenza di armatura, come è stato ricavato sperimentalmente, eleva la resistenza a trazione per flessione secondo la formula:

$$(16) \quad f'_{ctk} = f_{cfk} \cdot (1 + 12.667 \cdot \rho)$$

essendo il termine in parentesi al massimo pari ad 1.30 e con $\rho = A_s / (b \cdot d)$

Se, come le prove sperimentali hanno dimostrato, si fa coincidere l' inizio della fessurazione non quando la tensione raggiunge il predetto valore limite, ma quando l' allungamento del calcestruzzo raggiunge una certa soglia, che si è trovato essere:

$$(17) \quad \epsilon_t = 0.0001 + 0.0000017979 \cdot (f_c - 16.9)$$

con f_c = resistenza cilindrica a compressione in N/mm², ponendo: $E_{ct} = f'_{cfk} / \epsilon_t$ si ricava che in assenza di armatura ($\rho = 0$) il modulo di elasticità a trazione vale:

$$E_{ct} = 0.635 E_c \quad \text{per } R_{ck} = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{ct} = 0.612 E_c \quad \text{per } R_{ck} = 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{ct} = 0.590 E_c \quad \text{per } R_{ck} = 350 \text{ kg/cm}^2$$

In base alla (16) in presenza di percentuali correnti di armatura (1.0%) i suddetti valori risultano rispettivamente:

$$E_{ct} = 0.716 E_c \quad \text{per } R_{ck} = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{ct} = 0.690 E_c \quad \text{per } R_{ck} = 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{ct} = 0.664 E_c \quad \text{per } R_{ck} = 350 \text{ kg/cm}^2$$

Ecco dunque anche la conferma al fatto di assumere per E_{ct} il valore medio pari a $0.65 \div 0.7 E_c$.

Sulla base di quanto descritto è stato improntato un programma per il calcolo del momento di fessurazione, imponendo la condizione che la deformazione ϵ_r non sia superiore a quanto previsto con la (17) nelle seguenti ipotesi:

- In assenza di armatura con $E_{ct}=E_{cc}$
- In assenza di armatura con $E_{ct}=0.65 E_{cc}$
- In presenza di armatura, con riferimento ad un modulo di elasticità $E_{ct}=0.7 E_{cc}$ ed f_{ck} "corretta" per la presenza di armatura.

DATI :

$R_{ck} = 250 \text{ kg/cm}^2$ $E_f = 2000000 \text{ kg/cm}^2$ $E_f/E_{cc} = n = 15$ $E_{ct} = 199223 \text{ kg/cm}^2$
 $E_{ct}/E_{cc} = 0,70$ $B = 120 \text{ cm}$ $H = 35 \text{ cm}$ $C = 3 \text{ cm}$ $A_f' = 0 \text{ cm}^2$ $A_f = 32.00 \text{ cm}^2$

RISULTATI:

ASSE NEUTRO $x = 17,86 \text{ cm}$

Tensione cls compresso σ_{cc} $[\text{Kg/cm}^2] = 31,55$

Tensione cls teso σ_{ct} $[\text{Kg/cm}^2] = 21,20$

Tensione acciaio teso σ_s $[\text{Kg/cm}^2] = 375$

Deformazione calcestruzzo lembo teso $\epsilon_{ct} = 0,0001069$

$f_{ck} = 19,33 \text{ kg/cm}^2$ f_{ck} "corretto" per armatura = $f'_{ck} = 21,20 \text{ kg/cm}^2$

a) MOMENTO FESSURAZ. (SENZA ARMAT. $E_{ct}=E_c$) = $M_f = 4737 \text{ kgm}$

b) MOMENTO FESSURAZ. (SENZA ARMAT. $E_{ct}=0.65E_c$) = $M_f' = 5245 \text{ kgm}$

c) MOMENTO DI FESSURAZIONE (CON ARMATURA) = $M_f'' = 8212 \text{ kgm}$

I risultati dimostrano che l'armatura diffusa può elevare di oltre il 50% il momento di fessurazione in assenza di armatura.

Questa metodologia di calcolo può risultare conveniente quando si vogliono progettare strutture inflesse in c.a. senza far insorgere la fessurazione (per esempio nel caso di serbatoi o in presenza di ambienti particolarmente aggressivi).

12.2) I METODI APPROSSIMATI PER IL CALCOLO DELLA FRECCIA A LUNGO TERMINE

Il Metodo approssimato che verrà descritto in questo capitolo per il calcolo della freccia a lungo termine è stato proposto dalle norme svizzere SIA162 nel 1989 e poi dal MODEL CODE 90 CEB-FIP nel 1991 e si basa sull'applicazione del metodo dei "coefficienti globali".

Tale metodo, che si è dimostrato avere grande validità, non è menzionato nell'attuale norma normativa, mentre sembra strano che non sia previsto nell'EC2, essendo questo "figlio" del MC90.

Il metodo invece proposto in Italia dal D.M. e dall'EC2 è il cosiddetto metodo "Bi-lineare". Tale metodo consiste nel calcolare la freccia allo stadio I (non fessurato) e allo stadio II

(completamente fessurato) e nell' interpolare il valore approssimato della freccia tramite il coefficiente di ripartizione " ξ " funzione del grado di sollecitazione presente che tiene conto del contributo irrigidente del calcestruzzo teso fra le fessure.

In questa sede verrà esaminato analiticamente il metodo dei coefficienti globali previsto dal MC90 e dalle SIA162, mentre verrà solo descritto quello bi-lineare proposto dal D.M. e da EC2.

Quindi verranno analizzati i risultati derivanti dall' applicazione dei due distinti metodi.

12.3) IL METODO APPROSSIMATO DEI COEFFICIENTI GLOBALI SECONDO MODEL CODE 90 E SIA162

Il calcolo della freccia a lungo termine $w(\infty)$ viene effettuato in maniera diversa a seconda che il momento agente M_{ser} risulti inferiore o superiore al momento di fessurazione M_f .

La sezione da prendere in considerazione è la sezione di mezzeria in una trave vincolata agli estremi, o la sezione all'incastro in una trave a sbalzo.

Il momento di fessurazione, secondo le norme citate, si ottiene moltiplicando il modulo di resistenza della sezione di calcestruzzo integralmente reagente W_c al netto delle armature metalliche per la resistenza a trazione per flessione del calcestruzzo f_{cf} :

$$(18) \quad M_f = W_c \cdot f_{cf}$$

(le norme SIA 162 pongono :

$f_{cf} = 20 \text{ kg/cm}^2$ per $R_{ck} < 350 \text{ kg/cm}^2$

$f_{cf} = 25 \text{ kg/cm}^2$ per $R_{ck} \geq 350 \text{ kg/cm}^2$)

Le formule proposte dalle SIA162 e dal MC90 sono dunque le seguenti:

$$(19) \quad w(\infty) = (1 + \Phi) \cdot w_o \quad \text{se } M_{ser} < M_f$$

$$(20) \quad w(\infty) = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot \eta \cdot (1 - 20 \cdot \rho'_m) \cdot w_o \quad \text{se } M_{ser} \geq M_f$$

I simboli hanno il seguente significato:

w_o = freccia elastica istantanea calcolata considerando la sola sezione di calcestruzzo al netto dell' armatura metallica

d = altezza utile della sezione

h = altezza totale della sezione

Φ = coefficiente di viscosità

η = coefficiente di correzione che tiene conto della fessurazione, della viscosità e della percentuale media di armatura tesa (ρ'_m) determinato e tabellato sotto le seguenti ipotesi:

- a) la sezione sia rettangolare o ad essa assimilabile
 b) $\Phi = 2.50$
 c) $M_f/M_{ser} = 0.50$

I valori di η in funzione di ρ_m tabellati dalle norme sono i seguenti:

TABELLA II

ρ_m	0.15	0.20	0.30	0.50	0.75	1.00	1.50
η	10	8.0	6.0	4.0	3.0	2.5	2.0

ρ_m = percentuale geometrica media dell'armatura tesa

ρ'_m = percentuale geometrica media dell'armatura compressa

M_f = momento di fessurazione

M_{ser} = momento di servizio nella mezzera di una trave o all'incastro di una mensola

Per quanto riguarda la (19) vi è da aggiungere solo che il coefficiente di viscosità Φ va determinato in funzione delle condizioni ambientali e delle caratteristiche della sezione.

La formula approssimata (20) permette di valutare la freccia a lungo termine con una precisione pari a $\pm 30\%$ rispetto ai valori esatti ottenuti tramite il metodo per integrazione, per qualsiasi valori di Φ e di M_f/M_{ser} .

Pur tuttavia in questa sede vengono proposti dei coefficienti correttivi della viscosità e del grado di sollecitazione flessionale (indicati rispettivamente con k_Φ e con K_M) ricavati dallo scrivente che consentono di ridurre l'errore massimo dal $\pm 30\%$ al $\pm 5\%$.

Pertanto la formula (20) "corretta", senza tenere conto per adesso dell'influenza del ritiro (da valutare tramite la (9) con K_r della (10)), risulta la seguente:

$$(21) \quad w(\infty) = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot \eta \cdot (1 - 20 \cdot \rho'_m) \cdot k_\Phi \cdot k_M \cdot w_o$$

Vari ricercatori propongono per la determinazione di k_Φ e di K_M e quindi per il calcolo della freccia a lungo termine l'impiego di curve per diversi valori di ρ_m , ρ'_m , M_{ser} , d/h .

Tuttavia i diagrammi mal si prestano alla creazione di algoritmi di calcolo all'elaboratore che automaticamente determinano $w(\infty)$.

Lo scrivente, grazie all'elaborazione di numerose tabelle e a successive interpolazioni, è pervenuto alla determinazione analitica diretta di k_Φ , k_M .

Ancor prima si è resa in forma analitica la TABELLA II che lega " η " a " ρ_m ". L'espressione:

$$(22) \quad \eta = \frac{1.525 + p_m}{0.01064 + p_m}$$

interpola egregiamente la tabella II, con un errore medio inferiore all'1% per percentuali correnti di armatura, e con un errore massimo del 4% per percentuali di armatura pari a quelle minime regolamentari.

12.3.1) INFLUENZA DELLA VISCOSITA'

Si dimostra che non si commette un errore superiore al 2% rispetto ai valori sperimentali, per qualsiasi valore di Φ , se si assume per k_0 della (21) la seguente espressione:

$$(23) \quad k_0 = 0.70 + 0.12 \cdot \Phi$$

k_0 assume ovviamente il valore 1.00 per $\Phi=2.50$, e i valori 0.88 e 1.12 per rispettivamente pari a 1.50 e 3.50. L'impiego di k_0 consente di ridurre l'errore massimo dal 12% al 2% circa. La (23) permette di fare una importante considerazione.

Mentre nelle travi non fessurate l'influenza della viscosità è notevole, producendo inflessioni anche pari a 4 volte quelle elastiche (e ciò si evince dai valori assunti dal coefficiente Φ da porre nella (19)), nelle travi fessurate la viscosità produce incrementi di freccia in generale non superiori al 30% (come si evince dalla (23)).

Il coefficiente di viscosità Φ dipende dalle caratteristiche geometriche della sezione, dalla consistenza del calcestruzzo impiegato, dall'umidità dell'aria, dal momento di applicazione dei carichi e dal loro perdurare.

Al coefficiente Φ sono state date molteplici formulazioni dalle diverse normative.

Le curve di Φ proposte dalle SIA162 possono essere rappresentate dalla seguente espressione:

$$(24) \quad \Phi(t, t_0) = \Phi_h \cdot \Psi_{t_0} \cdot f(t - t_0) \quad \text{con}$$

$$(25) \quad \Phi_h = (4.8 - 4.0 \cdot U\%) \cdot C$$

$$(26) \quad \Psi_{t_0} = \frac{1}{0.43 + 0.12 \cdot t_0^{0.47}} \geq 0.25$$

$$(27) \quad f(t - t_0) = \frac{(t - t_0)^{0.75}}{2.4 \cdot \sqrt{A_c} + (t - t_0)^{0.75}}$$

U% = umidità relativa dell'aria

C = 1.25 per calcestruzzo a consistenza fluida
1.00 per calcestruzzo a consistenza plastica
0.75 per calcestruzzo a consistenza umida

A_c = spessore fittizio $2 \cdot A/u$ (in mm)

t_0 = età del cls a partire dalla quale si applica il carico (in giorni);
 $(t-t_0)$ = durata temporale del carico (in giorni).

Nel caso frequente che i vari carichi vengano applicati in tempi diversi (nel caso dei solai di civili abitazioni prima agisce il peso proprio, dopo intervengono le tramezzature, poi ancora gli intonaci ed i pavimenti ed infine le opere d' arredo e gli accidentali), occorre calcolare tanti coefficienti Φ per quanti sono i carichi.

Non si commette un errore rilevante ammettendo che tutti i carichi permanenti e di lunga durata siano applicati allo stesso istante a partire da un' età convenzionale t_0 , attraverso la definizione della media pesata della funzione (26):

$$(28) \quad \Psi_{t_0} = \frac{\sum g_i \Psi_{t_i}}{\sum g_i}$$

essendo: g_i il generico carico di lunga durata applicato all'età t_i alla quale corrisponde il fattore Ψ_{t_i} della (26).

In maniera analoga va determinata la media pesata per la funzione (27) $f(t-t_0)$, che rappresenta la legge temporale del coefficiente di viscosità.

12.3.2) INFLUENZA DEL GRADO DI SOLLECITAZIONE

Se una trave viene sottoposta ad un carico via via crescente, al raggiungimento della resistenza a trazione del calcestruzzo nel lembo teso si iniziano a manifestare le prime fessure. Il momento corrispondente viene chiamato, come già detto, "Momento di fessurazione".

Da questo punto in poi le fessure si fanno sempre più diffuse ed evidenti propagandosi all'interno della sezione fino a raggiungere l'asse neutro che da baricentrico si è spostato notevolmente verso il lembo compresso.

L'ampiezza e la diffusione delle fessure determinano rotazioni della sezione e quindi inflessioni della trave tanto maggiori quanto maggiore è lo stato di sollecitazione indotto, fino a quando non si formano cerniere plastiche nelle sezioni maggiormente sollecitate.

La percentuale di armatura tesa assume un ruolo fondamentale sull' ampiezza delle fessure, sull'entità della freccia e sul valore del momento di fessurazione.

La formula (20) proposta dal MC90 e dalle SIA162 è stata ricavata in riferimento ad un momento di servizio pari a due volte quello di fessurazione (senza tenere conto però dell'armatura).

Pertanto anche in questo caso è stato necessario elaborare numerose tabelle a partire dalle curve sperimentali proposte da vari autori, per poter ricavare una relazione analitica di k_M che consentisse di tenere conto in maniera automatica all' interno della (21) di un grado di sollecitazione flessionale di qualsiasi entità.

Lo scrivente è pervenuto quindi alla seguente relazione per il coefficiente k_M :

$$(29) \quad k_M = \left(0.92 + 0.2 \cdot \frac{M_f}{M_{ser}} \right) \cdot (n \cdot \rho_m)^{\left(-0.07 + 0.163 \cdot \frac{M_f}{M_{ser}} \right)}$$

Si è verificato, elaborando un gran numero di esempi, che utilizzando k_M non si commette mai un errore superiore al 2-3% rispetto a quanto indicato dalle curve sperimentali.

Nella formula (29) il valore di "n" da introdurre è quello effettivo dato dal rapporto dei moduli dell'acciaio e del cls compresso ($\cong 7$) e ρ_m è la percentuale media di armatura tesa.

Il coefficiente correttivo k_M consente di eliminare errori del $\pm 20\%$ della formula (20) e pertanto l'impiego combinato di k_ϕ e di k_M ottenuti tramite le formule (23) e (29) permette di eliminare in totale errori di entità pari a circa il 30%.

12.4) IL METODO BILINEARE (D.M.14/02/1992 - EUROCODICE 2)

La normativa italiana e l'EC2 danno un'espressione generale al parametro della deformazione (ed in particolare dell' inflessione) tenendo conto del comportamento intermedio fra lo stadio I (non fessurato) e lo stadio II (completamente fessurato).

Per determinare la freccia probabile è necessario pertanto calcolare la freccia $w(I)$ ipotizzando la sezione di calcestruzzo prima integralmente reagente (col contributo dell' armatura) e poi la freccia $w(II)$ per sezione completamente fessurata .

Il grado di sollecitazione (M_f/M_{ser}) determina il coefficiente di ripartizione "ξ" che "media" i due valori $w(I)$ e $w(II)$:

$$(30) \quad w = \xi \cdot w(II) + (1 - \xi) \cdot w(I) \quad \text{con}$$

$$(31) \quad \xi = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{M_f}{M_{ser}} \right)^2$$

coefficiente che tiene in conto il "tension stiffening" ossia l'effetto irrigidente del calcestruzzo teso posto fra le fessure.

Ai coefficienti della (31) occorre dare i seguenti valori:

$\beta_1 = 1.0$ per barre ad aderenza migliorata , 0.5 per barre lisce.

$\beta_2 = 1.0$ per carico singolo di breve durata , 0.5 per carichi permanenti.

Nel calcolo delle rigidzze occorre fare attenzione al valore dei parametri da impiegare.

In particolare nel calcolo della freccia istantanea, "n" è il coefficiente di omogeneizzazione per l' effettivo rapporto E_f/E_c , con E_c modulo di elasticità a compressione del cls.

Volendo invece tenere conto della viscosità nella freccia a lungo termine occorre attribuire ad "n" e a "Ec" i valori rispettivamente pari a:

$$(32) \quad n' = n \cdot (1 + \Phi)$$

$$(33) \quad E'_c = \frac{E_c}{1 + \Phi}$$

Nei casi di sfruttamento dei materiali e quindi di buon dimensionamento il valore ottenuto è sempre spostato verso $w(\infty)$ e tanto più quanto maggiore è il momento di servizio rispetto al momento di fessurazione.

13) ESEMPI DI CALCOLO

Qui di seguito vengono esposti degli esempi con il calcolo della freccia a lungo termine dovuta agli effetti della viscosità, della fessurazione e del ritiro.

In particolare l'esempio 13.1 si riferisce ad una situazione reale che lo scrivente ha affrontato e per la quale, pur con i limiti dell'attrezzatura a disposizione, è stato possibile fare un confronto tra i risultati teorici e quelli sperimentali.

13.1) ESEMPIO N.1

L'esempio riguarda un fabbricato per civili abitazioni nel quale per esigenze distributive al piano interrato e di flessibilità ai piani fuori terra si è reso necessario realizzare solai di luce non usuale (7.50 m) e travi a spessore di solaio pure di luce notevole (fino a 7.3 m).

Inoltre la presenza di numerose tramezzature rigide in conci di tufo da intonacare e poi rifinire a stucco imponeva il rispetto di frecce limiti piuttosto contenute onde scongiurare rischi di fessurazioni difficilmente risolvibili in un secondo momento.

Pertanto la verifica di deformabilità è stata rivolta su una delle travi più rappresentative, della luce di calcolo $l=730$ cm del tipo a spessore di solaio e della sezione di 120×35 cm.

La snellezza, pari a: $730/35 = 20.85$, non richiedeva la verifica di deformabilità secondo il D.M. 14/02/1995 e secondo l' EC2 (si veda a proposito il paragrafo 2.1 e 2.3 della PARTE PRIMA dell'articolo pubblicata su "SPAZIO APERTO" n.3 Marzo 1995 con le relative TABELLE).

Nonostante ciò i limiti, piuttosto restrittivi, assunti a base progettuale sono stati:

Freccia totale a tempo infinito: $w(\infty) = 1/300 l$

Freccia dopo l'applicazione delle tramezzature a tempo infinito: $w(\infty, t_0) \leq 1/500 l \leq 1.0$ cm

con $t_0=180$ gg (tempo intercorso tra il getto dell' impalcato e la realizzazione delle tramezzature).

La valutazione preventiva degli abbassamenti a lungo termine aveva portato all'adozione di una controfreccia iniziale pari a 2.5 cm.

Il disarmo è stato previsto in capitolato ed effettuato dopo 30 giorni dal getto (inizio quindi dell'azione del peso proprio strutturale) e nel calcolo si è tenuto conto dell'applicazione delle tramezzature dopo 180 giorni.

Il calcolo a tempo infinito (100 anni) è stato invece condotto ipotizzando l'applicazione della pavimentazione a 365 giorni (non ancora realizzata) e dei carichi accidentali (considerati al 20% come indicato dal D. M. e dal C.E.B. per civili abitazioni) a 730 giorni.

La misurazione in situ dell'abbassamento è stata effettuata dopo pochi giorni dal completamento delle tramezzature (quindi a 180 gg dal getto) con risultati estremamente soddisfacenti (-1 mm rispetto al valore teorico derivante dall'applicazione della (21)).

Dell'esempio viene di seguito allegato parte del tabulato di calcolo nel quale i simboli hanno il significato usuale e i cui risultati sono stati ricavati con l'ausilio di un programma all'elaboratore elettronico realizzato dallo scrivente con le formule riportate nella presente memoria. La verifica di deformabilità è stata ovviamente improntata con le armature effettivamente impiegate e scaturite dalla verifica di resistenza, consistenti in:

- 8 ϕ 16 superiori + 6 ϕ 16 inferiori, sull'appoggio di sinistra;
- 6 ϕ 16 superiori + 20 ϕ 16 inferiori, in campata;
- 18 ϕ 16 superiori + 6 ϕ 16 inferiori, sull'appoggio di destra;

Le frecce teoriche (metodo SIA162 e MC90), considerando oltre al contributo della fessurazione e della viscosità (21), anche quello del ritiro (9), sono risultate, in definitiva:

Freccia a 180 giorni (ultimazione tramezzature): a) $w(t_o = 180\text{gg}) = 1.42\text{cm} = \frac{1}{514}l$

Freccia a tempo infinito (a 36500 giorni): b) $w(\infty) = 2.40\text{cm} = \frac{1}{304}l$

Freccia a tempo infinito dopo l'applicazione delle tramezzature:

c) $w(\infty, t_o) = 2.40 - 1.42 = 0.98\text{cm} = \frac{1}{745}l$

Le verifiche risultavano tutte positive e non si richiedeva pertanto impiego di armatura aggiuntiva per ridurre il coefficiente η .

Le stesse frecce teoriche calcolate con l'impiego del Metodo Bi-Lineare (D.M.14-02-1992 ed E2) sono invece risultate:

a') $w(t_o = 180\text{gg}) = 1.40\text{cm}$

b') $w(\infty) = 2.33\text{cm}$

$$c') \quad w(\infty, t_0) = 0.93 \text{ cm}$$

Dal confronto delle a) b) c) con le a') b') c') si evince che il Metodo dei Coefficienti Globali (MC90 - SIA162) ed il Metodo Bi-Lineare (N.I. - EC2) forniscono risultati pressoché coincidenti con uno scarto medio non superiore al 5%.

Numerose altre verifiche hanno poi permesso di constatare che il metodo bi-lineare fornisce, rispetto al metodo dei coefficienti globali, valori della freccia leggermente in difetto per percentuali di armatura tesa superiori a 1.00%, e leggermente in eccesso per percentuali di armatura tesa inferiori a 0.50% (scostamenti massimi $\pm 8\%$ per bassissime ed elevatissime percentuali di armatura).

TABULATO DI CALCOLO DELL'ESEMPIO 13.1

PARAMETRI GENERALI DI PROGETTO

Rck=250 kg/cmq UMIDITÀ RELATIVA U = 70 %
 CONSISTENZA DEL CALCESTRUZZO = PLASTICA
 DATA CALCOLO FRECCIA (t') A PARTIRE DA to (to = getto) = 36500 gg
 COEFFICIENTE DI VISCOSITÀ' = 1,503 RITIRO = 0,00027
 Ef = 2100000 Kg/cmq Ecc = 284605 Kg/cmq
 COEFFICIENTE OMOGENEIZZAZIONE = "n" = 7,38 COPRIFERRO = 3,0 cm
 RESISTENZA CARATTERISTICA A TRAZIONE PER FLESSIONE : fck = 19,3 Kg/cmq

1° METODO: METODO DEI COEFFICIENTI GLOBALI (MC90-SIA162)

LARGHEZZA TRAVE B = 120 cm
 ALTEZZA TRAVE h = 35 cm
 ALTEZZA UTILE d = 32 cm
 INERZIA TRAVE Ix = 428750 cm⁴
 MODULO RESISTENZA INFERIORE Wxi = 24500 cmc
 AREA SEZIONE A = 4200 cmq
 MOMENTO FESSURAZIONE Mf = 4737 kgm
 LUCE TRAVE DI CALCOLO l = 730 cm
 SNELLEZZA l/h = 20.86
 PESO PROPRIO pp [Kg/m] = 2500 a to= 30 gg
 PESO TRAMEZZATURE tra [Kg/m] = 500 a to=180 gg
 ALTRI CARICHI PERMANENTI per [Kg/m] = 1000 a to=365 gg
 CARICHI ACCIDENTALI acc [Kg/m] = 1000 a to=730 gg
 APPLICAZIONE ACCIDENTALI β acc [%] = 20 %
 CARICO DI CALCOLO = 4200 kg/m

	SEZIONI		SIN.	CAMPATA	DESTRA
MOMENTI x CARICO DI CALCOLO	Mcal [Kgm]	=	-4620	17412	- 17220
MOMENTI IN K-ESIMI	K esimi	=	48,4	12,9	13,0
TAGLI x CARICO DI CALCOLO	T cal [Kg]	=	13604		17056
LUNGH. ZONE DETERMINANTI	La ,Lo ,Lb	=	36,0	575,9	118,1
ARMAT. SUP. ZONE DETERM.	N.BARRE SUP.	=	8Φ16	6Φ16	18Φ16
ARMAT. INF. ZONE DETERM.	N.BARRE INF.	=	6Φ16	20Φ16	6Φ16
Af sup. ZONE DETERMINANTI	Afa,Afo,Afb	=	16,08	12,06	36,19
Af inf. ZONE DETERMINANTI	Afa,Afo,Afb	=	12,06	40,21	12,06
% ARMATURA COMPRESSA	ρ'	=	0,0029	0,0029	0,0029
% ARMATURA TESA	ρ	=	0,0038	0,0096	0,0086
% MEDIA ARMATURA COMPRESSA	ρ'_m	=		0,0029	
% MEDIA ARMATURA TESA	ρ_m	=		0,0091	

FRECCIA ELASTICA ISTANTANEA PER SEZIONE NON FESSURATA: $w_0 = 0,696$ cm

$(b/d)^3 = 1,308 \quad \eta = 2,638 \quad (1-20 \cdot \rho'_m) = 0,943 \quad k_q = 0,880 \quad k_m = 1,044$

FRECCIA TOTALE PER VISCOSITÀ E FESSURAZIONE: $w (f+v) = 2.082$ cm

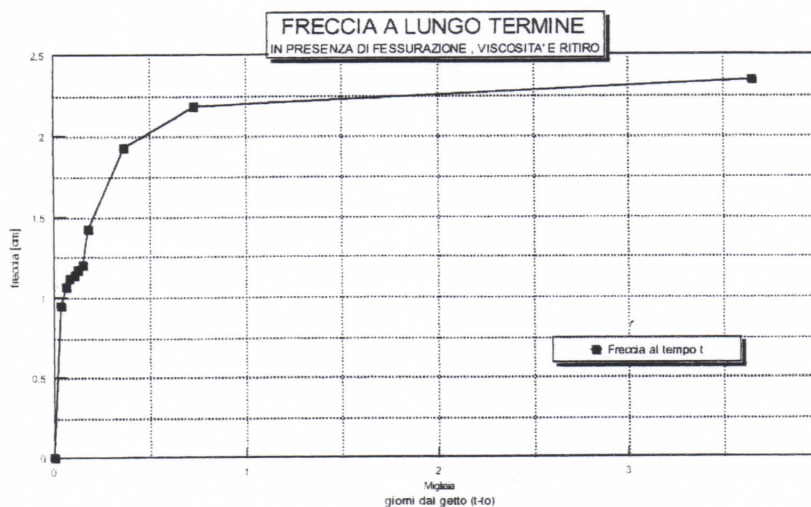
FRECCIA DOVUTA AL RITIRO = 0,319 cm essendo

$\rho'_m/\rho_m = 0.314 \quad k_r = 0,812 \quad \delta = 0,707 \quad l^2/8d = 2081,64 \quad \epsilon_r = 0,00027$

FRECCIA TOTALE A TEMPO INFINITO = $w_{tot} (\infty) = 2,401$ cm , e quindi $w/l (t=\infty) = 1/304$

Ripetendo il calcolo per diversi istanti "t" è possibile creare un grafico che rappresenti nel tempo l' evoluzione della freccia. Ciò consente di stabilire l' incremento della freccia a partire da un ben prestabilito momento (p.e. dal giorno dell' applicazione di preziose lastre di marmo di grande formato). Nel caso particolare utilizzando il programma di calcolo si sono individuati i seguenti valori della freccia nel tempo t (30 gg = disarmo, 36.500 gg = ∞).

t (gg)	30	60	80	100	120	150	180	365	730	3.650	36.500
freccia (cm)	0,95	1,06	1,11	1,14	1,17	1,2	1,42	1,93	2,18	2,34	2,4



2° METODO : METODO BI-LINEARE (D.M. 14/02/1994; EC2)

FRECCIA LUNGO TERMINE $n=18,47$ FRECCIA IMMEDIATA $n=7,38$

IPOTESI DI SEZIONE NON FESSURATA		$n=18,47$	$n=7,38$
MOMENTO FESSURAZ.(senza ARMATURA)	Mf [Kgm]	= 4737	4737
ASSE NEUTRO	x [cm]	= 18,87	18,12
TENSIONE CALCESTR.COMPR.	6cc [Kg/cmq]	= 14,54	16,98
TENSIONE CALCESTR.TESO	6ct [Kg/cmq]	= 19,33	19,33
TENSIONE FERRO TESO	6f [Kg/cmq]	= 187	96,00
IPOTESI DI SEZIONE FESSURATA			
ASSE NEUTRO	x [cm]	= 13,44	9,75
TENSIONE CALCESTR.COMPR.	6c [Kg/cmq]	= 64,01	93,61
TENSIONE FERRO	6f [Kg/cmq]	= 1633	1577
CARICO DI CALCOLO	Qcalc [kg/m]	= 4200	4200
k-esimo di momento in campata	K-esimo camp	= 12,85	12,85
MOMENTO DI SERVIZIO	Mser [kgm]	= 17412	17412
MOM.INERZIA STADIO I (CON ARMAT.)	Jf [cm ⁴]	= 614897	505263
MOMENTO INERZIA STADIO II	Jf [cm ⁴]	= 365480	181303
Coefficiente ripartizione	ξ	= 0,963	0,963
FRECCIA ALLO STADIO I	w(I) [cm]	= 0,485	0,591
FRECCIA ALLO STADIO II	w(II) [cm]	= 0,816	1,646
FRECCIA PROBABILE ISTANTANEA	w (pr) [cm]	= 0,804	1,607
FRECCIA DOVUTA ALLA FESSUR. E VISCOS.	w (f+v)[cm]	= 0,804 (1+1,504) = 2,013	
FRECCIA DOVUTA AL SOLO RITIRO DEL CLS	w _r [cm]	= 0,319	
FRECCIA TOTALE A TEMPO INFINITO	w(∞) [cm]	= 2,332	

13.2) ESEMPIO N .2

Il secondo esempio riguarda una trave di luce $L=5.4$ m, sottoposta ad un carico uniformemente distribuito $q=3400$ kg/m, di sezione 100×25 cm vincolata agli estremi con momento sugli appoggi $M_s=M_d=-6200$ kgm e momento in mezzeria $M_m=6193$ kgm.

L' armatura impiegabile ai fini della verifica di resistenza risulta:

- 7 ϕ 16 superiori + 4 ϕ 16 inferiori sull'appoggio di sinistra;
- 4 ϕ 16 superiori + 7 ϕ 16 inferiori in campata;
- 7 ϕ 16 superiori + 4 ϕ 16 inferiori sull'appoggio di destra;

Con questa armatura, scaturiscono le seguenti frecce teoriche considerando oltre al contributo della fessurazione e della viscosità, anche quello del ritiro:

METODO COEFF. GLOBALI : $w(\infty) = 2.18$ cm = $1/247$ L
 METODO BILINEARE : $w(\infty) = 2.08$ cm = $1/259$ L

Volendo rispettare la condizione : $w(\infty) \cdot 1/300 l$ è necessario inserire armatura aggiuntiva.

Si dimostra che il semplice inserimento di $4\phi 16$ inferiori in campata (e quindi non $7\phi 16$, ma $11\phi 16$) comporta le seguenti frecce:

METODO COEFF. GLOBALI : $w(\infty) = 1.78 \text{ cm} = 1/303 L$

METODO BILINEARE : $w(\infty) = 1.71 \text{ cm} = 1/315 L$

che pertanto rispettano il limite assunto a base di progetto.

Si omette in tale esempio il tabulato di calcolo.

14) CONSIDERAZIONI DERIVANTI DALL'APPLICAZIONE DEI METODI APPROSSIMATI

Le considerazioni che è possibile fare a questo punto sono in parte già state evidenziate. Ricapitolando si può senz'altro affermare che:

1) In linea generale non bisogna superare i limiti di snellezza normati, il cui rispetto produce indubbi vantaggi che riassunti risultano:

a) Di carattere ECONOMICO, in quanto si riducono i costi di costruzione e di manutenzione.

b) Di carattere QUALITATIVO ED ESECUTIVO, in quanto potendo realizzare copriferri maggiori (almeno 3-4 cm) viene garantita una migliore protezione alle armature, quindi una più facile disposizione delle barre (soprattutto in corrispondenza delle zone di addensamento e sovrapposizione, come le sezioni di appoggio) e un getto di maggiore qualità e omogeneità (si riduce il rischio della formazione di nidi di ghiaia e la vibratura risulta più efficace).

c) Di carattere FUNZIONALE in quanto le deformazioni risultano implicitamente ridotte a valori contenuti e tali da non provocare (normalmente) danni alle sovrastrutture di completamento, specie se in presenza di fenomeni di fatica per carico ripetuto.

d) Di carattere PROGETTUALE in quanto le norme permettono di omettere la verifica allo stato limite di deformazione. A ciò consegue un notevole risparmio di tempo nella progettazione e nella redazione della relazione di calcolo .

2) La notevole differenza di valore tra la freccia teorica elastica e la freccia a lungo termine (normalmente nel rapporto 1 a 2÷5) impone di non sottovalutare mai il problema delle deformabilità delle strutture in c.a., anche se non viene superata la snellezza limite.

La conoscenza e quindi il "controllo" della freccia attraverso anche l'applicazione dei metodi qui descritti va sicuramente a vantaggio della qualità del progetto strutturale.

3) Anche quando non risulta necessario ai fini della verifica di resistenza, l'incremento mirato di armatura in zona tesa (ma anche in zona compressa, per ragioni di duttilità) porta ad una

drastica riduzione della freccia a lungo termine per i benefici effetti che la stessa produce nei confronti della fessurazione, della viscosità e del ritiro. Gli esempi e le considerazioni prodotte dimostrano quanto appena affermato.

4) La viscosità assume un ruolo rilevante soprattutto nella freccia a lungo termine di travi allo stadio I (non fessurate).

In tal caso essendo la freccia a tempo infinito proporzionale alla freccia istantanea per mezzo del fattore $(1+\phi)$, è necessario ridurre il valore del coefficiente di viscosità tramite la cura attenta del getto (rapporto A/C non superiore a 0.50, maturazione a umidità elevata, impiego di inerti di grossa pezzatura dove possibile, impiego di additivi fluidificanti).

5) Grande importanza assume poi il disarmo posticipato sulle deformazioni viscosi e sul ritiro. In situazioni particolari il tempo per il disarmo degli impalcati è necessario che avvenga in tempi ben maggiori rispetto a quelli minimi indicati dalla normativa ed in tal caso va prescritto in capitolato.

6) Nelle travi allo stadio II è la fessurazione che produce i maggiori effetti, mentre le deformazioni viscosi comportano incrementi di freccia generalmente non superiori al 30%.

7) Il ritiro del cls determina inflessioni che non sempre è possibile trascurare. Il suo contributo sulla freccia a lungo termine rappresenta mediamente il 10÷20% di quella totale.

8) I metodi "approssimati" proposti ed esaminati in questa memoria permettono di valutare gli abbassamenti con un grado di approssimazione pressoché coincidente. Ogni progettista potrà quindi impiegare l'uno o l'altro a seconda della propria sensibilità ed esperienza.

Lo scrivente considera tuttavia il metodo dei coefficienti globali (SIA162 e MC90) più efficace ed immediato del metodo bi-lineare (DM 14-2-92 e EC2) poiché permette, grazie alla conoscenza del "peso" di ogni termine della formula (21), di intervenire velocemente sui relativi fattori che maggiormente incidono sulla riduzione della freccia, utilizzando un semplice programma di calcolo all'elaboratore che si può creare con le poche formule presentate nel capitolo 12.3.

15) CONCLUSIONI

Al termine della presente memoria è auspicabile che le argomentazioni esposte offrano un valido, facile e potente strumento di lavoro ai progettisti di strutture in c.a. nella risoluzione di problemi connessi alla deformabilità delle strutture inflesse in presenza di fessurazione, viscosità e ritiro.

Ricondurre un argomento tanto complesso alla semplice applicazione di poche formule ed al calcolo di alcuni coefficienti correttivi può sembrare compito ambizioso, ma se il fine del progettista è quello di conoscere velocemente l'entità degli spostamenti e delle forze in gioco, ben venga l'impiego di metodi "approssimati" che offrano un preciso margine di precisione.

Il metodo proposto dal Model Code 90 e dalle Sia162, con le modifiche apportate dallo scrivente, consente di determinare il valore della freccia in qualsiasi istante "t" con un errore massimo del 10% rispetto al valore "rigoroso", considerando tra i contributi anche quello dovuto al ritiro del calcestruzzo.

Anche se gli argomenti discussi richiedono ulteriori studi ed approfondimenti, soprattutto per quanto riguarda la normalizzazione dei parametri in gioco (modulo di elasticità del cls e resistenza a trazione per flessione), è stato dimostrato [11] che l'adozione di modelli "rigorosi" non comporta maggiore affidabilità nella previsione delle frecce sperimentali rispetto all'adozione di modelli "approssimati" ben calibrati.

Pertanto, come è stato ben ribadito, i risultati fin qui raggiunti con i vari metodi approssimati, pur così concettualmente diversi tra loro, risultano estremamente soddisfacenti. Se ne propone l'impiego pertanto anche in casi particolarmente complessi.

(STESURA FINALE DEL TESTO: 31 ottobre 1995)

16) INDICE DEGLI ARGOMENTI

PARTE PRIMA (pubblicata su "SPAZIO APERTO", MARZO 1995, N.3)

- 1 PREMESSA
- 2 IL CONTROLLO DELLE DEFORMAZIONI ATTRAVERSO LA LIMITAZIONE DELLA SNELLEZZA.
LE NORMATIVE A CONFRONTO.
 - 2.1 LA NORMATIVA ITALIANA (D.M. 14-2-92 E CIRC.24-6-93 N.37406/STC)
 - 2.2 IL CODE MODEL CEB-FIP
 - 2.3 L' EUROCODICE 2
 - 2.4 LE NORME INGLESI
 - 2.5 LE NORME TEDESCHE E POLACCHE
 - 2.6 LE NORME SVIZZERE
 - 2.7 IL CONFRONTO TRA LE VARIE NORMATIVE
- 3 IL CONTROLLO DELLE DEFORMAZIONI ATTRAVERSO LA LIMITAZIONE DELLA FRECCIA.
LE NORMATIVE A CONFRONTO.
 - 3.1 LA NORMATIVA ITALIANA
 - 3.2 IL CODE MODEL CEB-FIP
 - 3.3 L' EUROCODICE 2
 - 3.4 LE A.C.I. AMERICANE
 - 3.5 LE NORME SVIZZERE SIA 160 E SIA 162
 - 3.6 LE DIN TEDESCHE
 - 3.7 LE NORME POLACCHE PN-76/B-03264
- 4 CONCLUSIONI ALLA PRIMA PARTE

PARTE SECONDA

- 5 IL CALCOLO DELLA FRECCIA DI ELEMENTI INFLESSI
- 6 FATTORI CHE INFLUENZANO LA FRECCIA A LUNGO TERMINE
- 7 FRECCIA ELASTICA DOVUTA AL MOMENTO
- 8 FRECCIA ELASTICA DOVUTA AL TAGLIO

- 9 FRECCIA ELASTICA DOVUTA ALLO SFORZO NORMALE
- 10 FRECCIA ELASTICA DOVUTA ALLA VARIAZIONE DI TEMPERATURA
- 11 FRECCIA DOVUTA AL RITIRO
- 12 FRECCIA DOVUTA ALLA FESSURAZIONE ED ALLA VISCOSITA'
 - 12.1 IL MOMENTO DI FESSURAZIONE M_f
 - 12.2 METODI APPROSSIMATI PER IL CALCOLO DELLA FRECCIA A LUNGO TERMINE
 - 12.3 IL METODO DEI COEFFICIENTI GLOBALI (MC90 E SIA162)
 - 12.3.1 INFLUENZA DELLA VISCOSITA'
 - 12.3.2 INFLUENZA DEL GRADO DI SOLLECITAZIONE
 - 12.4 IL METODO BI-LINEARE (D.M.14/02/1992 E EC2)
- 13 ESEMPI DI CALCOLO
 - 13.1 ESEMPIO N.1
 - 13.2 ESEMPIO N.2
- 14 CONSIDERAZIONI DERIVANTI DALL' APPLICAZIONE DEI METODI APPROSSIMATI
- 15 CONCLUSIONI
- 16 INDICE DEGLI ARGOMENTI

BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

- 1) D.M. 14-02-1992
- 2) CIRC. 24/06/1993 N.37406/STC
- 3) CODICE MODELLO CEB-FIP PER LE STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO - 1977 -
- 4) EUROCODICE 2 - Progettazione delle strutture cementizie - Documento di studio - Ottobre 1991
- 5) NORME SIA160- Actions sur les structures porteuses-Société Suisse des Ingenieurs et des Architectes -1989
- 6) NORME SIA 162 - Ouvrage en beton - Société Suisse des Ingenieurs et des Architectes - Zurigo 1989
- 7) NORME SIA D040-Nouvelles normes de structures de la SIA-Soc.Suisse des Ingenieurs et des Architectes- 89
- 8) POZZATI-CECCOLI - Teoria e tecnica delle strutture - UTET - 1977
- 9) FRITZ LEONHARDT - C.a. e c.a.p. - Calcolo di progetto e tecniche costruttive - EDIZIONI TECNICHE - 1977
- 10) MIGLIACCI-MOLA - Progetto agli stati limite delle strutture in c.a. -MASSON ITALIA EDITORI- Milano 1978
- 11) EDOARDO COSENZA - GIANVITTORIO RIZZANO - In tema di affidabilità dei metodi di valutazione delle frecce a breve termine nelle travi in c.a.- STUDI E RICERCHE N.15 SCUOLA SPECIALIZZAZIONE F.LLI PESENTI 1994 ITALCEMENTI SPA - BERGAMO EDITRICE
- 12) EDOARDO COSENZA-Analisi strutturale semplificata in presenza di viscosità - CONVEGNO AICAP -Roma - 94
- 13) PIERLUIGI GHITTONI - La progettazione strutturale dei solai misti di c.a. e laterizio - ANDIL 1982
- 14) ROGER LACROIX-ALBERT FUENTES-Traité de béton armé-COURSE DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES - Paris 1982
- 15) FAVRE-JACCOUD-KOPRINA-RADOJICIC - Progettare in calcestruzzo armato - HOEPLI 1994
- 16) CEB -Comite Euro-International du Beton - CEB-FIP MODEL CODE 1990 -1991
- 17) LUIGI SANTARELLA - Il cemento armato - La tecnica e la statica - 21a EDIZIONE HOEPLI 1994
- 18) CLAUDIO FLORIS-Verifica agli stati limite di esercizio di sezioni in c.a. e c.a.p. soggette a flessione composta retta:un nuovo approccio per lo stato limite di prima fessurazione-L'INDUSTRIA ITALIANA DEL CEMENTO -5/88.
- 19) EDOARDO COSENZA - CARLO GRECO - Il calcolo delle deformazioni nelle strutture in C.A. - CUEN 1992
- 20) Odone BELLUZZI - Scienza delle costruzioni - ZANICHELLI - 1979